**Feuille 4 – Sous-espaces supplémentaires**

|  |
| --- |
| Soit un -ev et et sont deux sev de , on a : |

Exercice 1

Soit un -ev et deux sev de . Soit le supplémentaire de dans . Montrer que

Exercice 2

Soit un -ev et trois sev de tels que

Montrer que

Exercice 3 :

Soit . Soit l’ensemble des fonctions -périodiques, et l’ensemble des fonctions convergeant vers 0 en .

1. Montrer que et sont des sous-espaces vectoriels de .
2. Montrer que .
3. Montrer que et ne sont pas supplémentaires dans . (On pourra par exemple considérer la fonction identité).

Exercice 4 :

Dans , on considère une famille libre dans et :

Montrer que , que et que .

Pour autant, a-t-on une somme directe entre et  ?